

Mathematik

für die 7. Schulstufe

Arbeiten mit Zahlen
und Maßen

Arbeiten mit Variablen und
funktionalen Abhängigkeiten

1, 2, 3...



Arbeiten mit statistischen
Kenngrößen und Darstellungen

Arbeiten mit Figuren
und Körpern

Band 1

Inhaltsverzeichnis

Mathematik
7. Schulstufe

Thema	Seite
Vorwort	2
Inhaltsverzeichnis	3-5
Einleitung – Standards Mathematik – Allgemein	6-9
Erläuterung mathematischer Kompetenzen	10
Lehrstoff – Allgemein 7. Schulstufe	11-12
Kompetenzbereich 1: Arbeiten mit Zahlen und Maßen	13
ÜB 1 – Zahlen-Wirrwarr	14-18
ÜB 2 – Viel Neues	19-27
ÜB 3 – Spiegelung und Tangente	28-32
ÜB 4 – Grundrechnungsarten	33-37
ÜB 5 – Zahlenchaos	38-42
ÜB 6 – Gesetze	43-47
ÜB 7 – Knobeleyen	48-52
ÜB 8 – Irrgarten	53-57
ÜB 9 – Aus dem Leben	58-62
ÜB 10 – Sparmeister	63-67
Kompetenzbereich 2: Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten	68
ÜB 1 – Terme 1	69-73
ÜB 2 – Terme 2	74-78
ÜB 3 – Produktbildung	79-83
ÜB 4 – Potenzen	84-88

Kompetenzbereich 2: Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten

ÜB 5 – Gleichungen	89-93
ÜB 6 – Schlaue Köpfe 1	94-98
ÜB 7 – Schlaue Köpfe 2	99-103
ÜB 8 – Umformen von Formeln	104-108
ÜB 9 – Aus dem Alltag	109-113
ÜB 10 – Der Verkehr	114-118

Kompetenzbereich 3: Arbeiten mit Figuren und Körpern 119

ÜB 1 – Das Koordinatensystem 1	120-126
ÜB 2 – Das Koordinatensystem 2	127-131
ÜB 3 – Vierecke	132-140
ÜB 4 – Verschiedene Dreiecke	141-147
ÜB 5 – Der Wegweiser	148-152
ÜB 6 – Ähnlichkeiten	153-157
ÜB 7 – Unregelmäßigkeiten	158-164
ÜB 8 – Grundstücksberechnung	165-171
ÜB 9 – Das Hallenbad	172-178
ÜB 10 – Pyramidenberechnungen	179-183

Kompetenzbereich 4: Arbeiten mit statistischen Kenngrößen und Darstellungen 184

ÜB 1 – Trinkgewohnheiten	185-189
ÜB 2 – Lotto	190-194
ÜB 3 – Olympische Spiele	195-199
ÜB 4 – Testergebnisse	200-204
ÜB 5 – Müllsammlung	205-210
ÜB 6 – Punktwertung	211-215
ÜB 7 – Benzinverbrauch	216-222

**Kompetenzbereich 4: Arbeiten mit statistischen
Kenngrößen und Darstellungen**

ÜB 8 – Der Winter

223-229

ÜB 9 – Niederschlag

230-238

Anhang: Überprüfungsblätter

239-241

Eva Kopp
Lehrmittelverlag

Eva Kopp
Lehrmittelverlag

Eva Kopp
Lehrmittelverlag

Titel: Spiegelung und Tangente

Ersteller der Aufgabe: Roman Wielander

Themenbereich: Ganze Zahlen, Koordinatensystem, Spiegelung, Tangente

Mathematische Kompetenzen

		Aufgabe 1	Aufgabe 2
1. Arbeiten mit Zahlen und Maßen		I1	I1
2. Darstellen und Modellbilden, Operieren und Rechnen		H1/H2	H1/H2
3. Herstellen von Verbindungen		K2	K2

Zeitbedarf: **Gesamtarbeitszeit:** **25 Minuten**
 Aufgabe 1: 15 Minuten
 Aufgabe 2: 10 Minuten

Komplexitätsstufen: **Aufgabe 1:** mittel
Aufgabe 2: mittel

Arbeitsmaterialien: Füllfeder bzw. Kugelschreiber, Geodreieck, Bleistift, Zirkel, eventuell Buntstifte

Besondere Bemerkungen: Bei beiden Aufgaben ist **keine Abweichung** erlaubt.

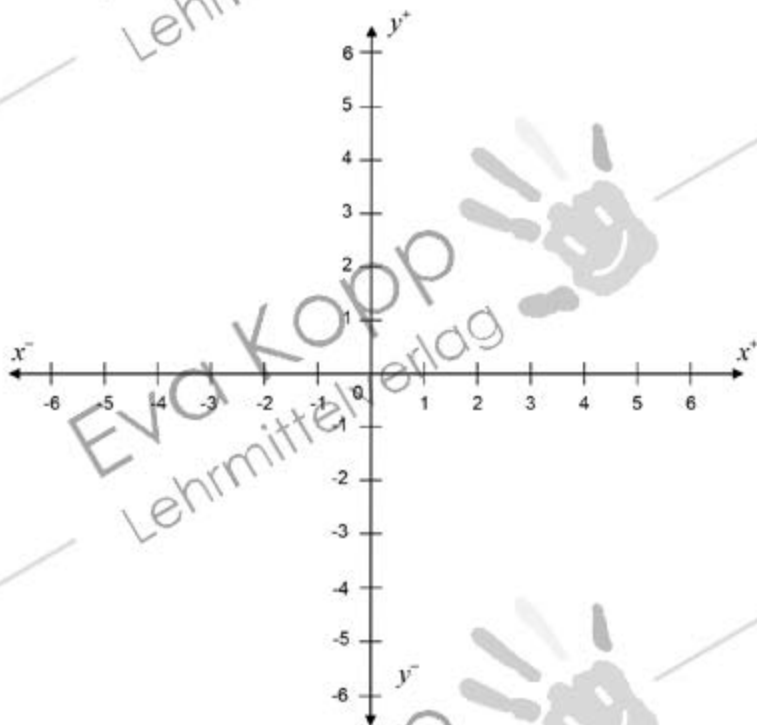


Aufgabe 1:

Spiegle das Quadrat ABCD [A (2/1), B (5/2), C (4/5), D] zuerst an der y-Achse und das so erhaltene Quadrat an der x-Achse!

Ermittle die Koordinaten des Punktes D, sowie jene der Bildpunkte A_2 , B_2 , C_2 und D_2 !

Lösung:



Koordinaten der Eckpunkte D, A_2 , B_2 , C_2 und D_2 :

D _____

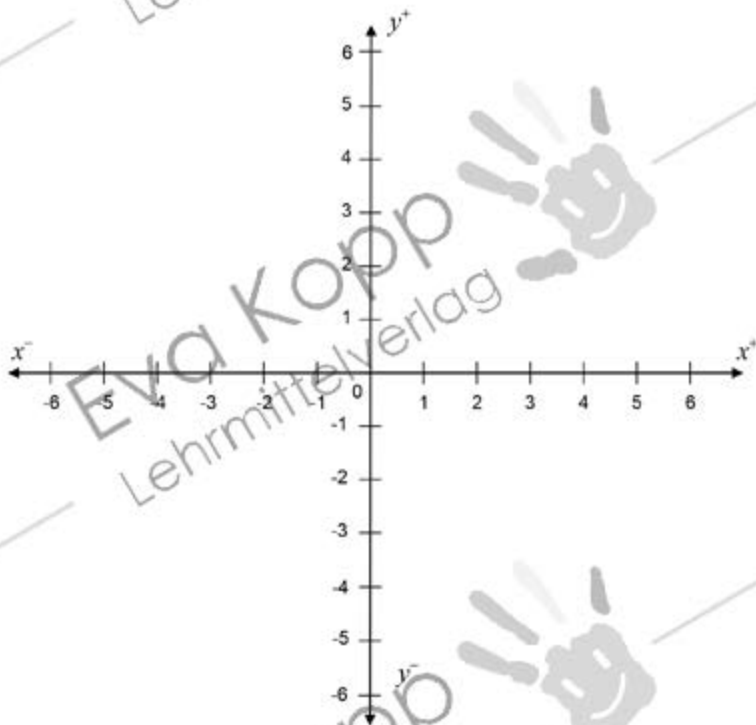
A_2 _____, B_2 _____, C_2 _____, D_2 _____



Aufgabe 2:

Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt $M(-2/-1)$ und dem Radius $r = 4$ cm!
Lege in den Schnittpunkten des Kreises mit der y -Achse die Tangenten t_1 und t_2 an den Kreis und ermittle ihren Schnittpunkt S !
Gib die Koordinaten des Schnittpunktes S an!

Lösung:



Koordinaten des Schnittpunktes der Tangenten t_1 und t_2 :

S _____

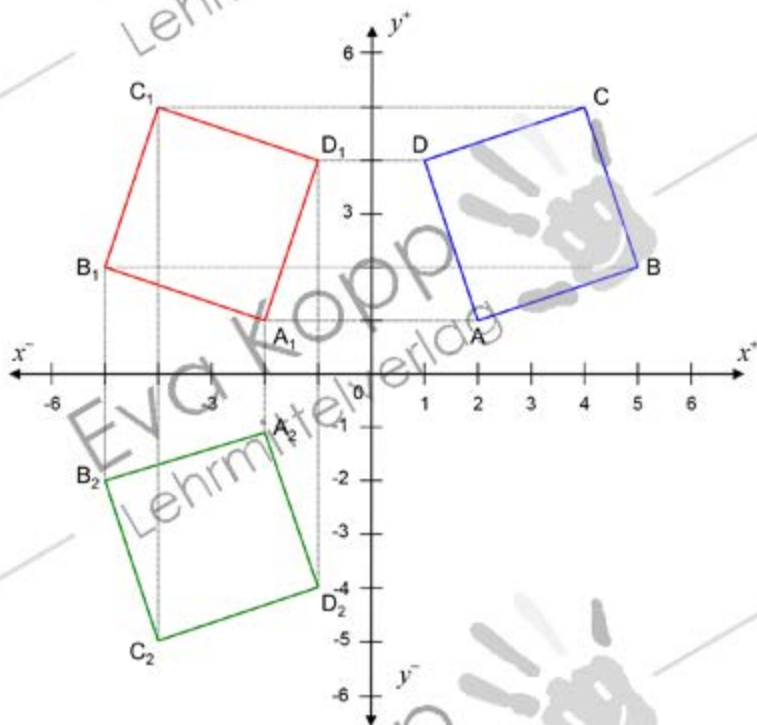


Aufgabe 1:

Spiegle das Quadrat ABCD [A (2/1), B (5/2), C (4/5), D] zuerst an der y-Achse und das so erhaltene Quadrat an der x-Achse!

Ermittle die Koordinaten des Punktes D, sowie jene der Bildpunkte A_2 , B_2 , C_2 und D_2 !

Lösung:



Koordinaten der Eckpunkte D, A_2 , B_2 , C_2 und D_2 :

D (1/4)

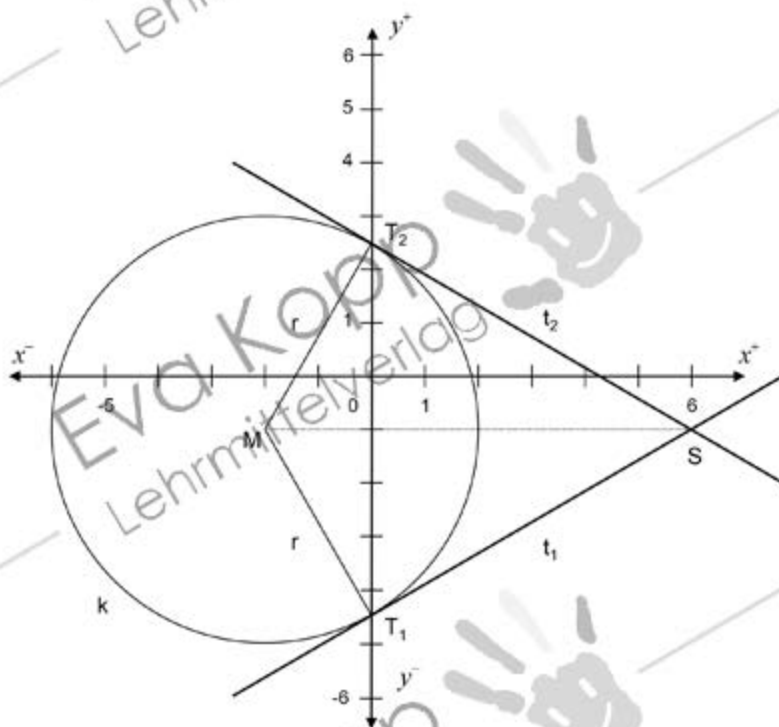
A_2 (-2/-1), B_2 (-5/-2), C_2 (-4/-5), D_2 (-1/-4)



Aufgabe 2:

Zeichne einen Kreis mit dem Mittelpunkt $M(-2/-1)$ und dem Radius $r = 4$ cm!
 Lege in den Schnittpunkten des Kreises mit der y -Achse die Tangenten t_1 und t_2 an den Kreis und ermittle ihren Schnittpunkt S !
 Gib die Koordinaten des Schnittpunktes S an!

Lösung:



Koordinaten des Schnittpunktes der Tangenten t_1 und t_2 :

S (6/-1)

Titel: Potenzen

Ersteller der Aufgabe: Roman Wielander

Themenbereich: Potenzschreibweise kennen und anwenden

Mathematische Kompetenzen

1. Arbeiten mit Variablen und funktionalen Abhängigkeiten



Aufgabe 1

I2

Aufgabe 2

I2

2. Operieren und Rechnen



H2

H2

3. Grundkenntnisse und -fertigkeiten, Herstellen von Verbindungen



K1

K1/K2

Zeitbedarf:

Gesamtarbeitszeit:

30 Minuten

Aufgabe 1:

15 Minuten

Aufgabe 2:

15 Minuten

Komplexitätsstufen:

Aufgabe 1:

a) niedriger; b und c) mittel

Aufgabe 2:

a und b) mittel; c) höher

Arbeitsmaterialien:

Füllfeder bzw. Kugelschreiber

Besondere Bemerkungen:

Der Taschenrechner ist bei beiden Aufgaben **nicht** erlaubt.

**Aufgabe 1:****a) Fasse gleiche Faktoren zu Potenzen zusammen!**

$$4 \cdot w \cdot f \cdot 4 \cdot w \cdot w \cdot f \cdot 4 \cdot w \cdot f \cdot f \cdot 4 \cdot w \cdot 4 \cdot w =$$

$$2x \cdot 3 \cdot z \cdot 2x \cdot 3 \cdot d \cdot d \cdot 2x \cdot z \cdot 3 \cdot 3 \cdot d \cdot 2x \cdot z \cdot 3 =$$

$$(-1) \cdot r \cdot t \cdot t \cdot r \cdot (-1) \cdot 2,6 \cdot t \cdot 2,6 \cdot r \cdot r \cdot 2,6 =$$

$$s \cdot 7 \cdot k \cdot k \cdot s \cdot 7 \cdot s \cdot k \cdot k \cdot 7 \cdot 7 \cdot k \cdot s \cdot 7 =$$

b) Fasse zusammen und mache die Probe ($a = 2$, $b = 3$)!

$$23a^2 - (2b + 4a - 15) + 7b^2 - (17a^2 - 11b + 23a) - 9b^2 =$$

Lösung:**Probe: $a = 2$, $b = 3$** **c) Berechne die Potenzen!**

$$(-7)^2 =$$

$$(3x)^3 =$$

$$(-s)^5 =$$

$$(-2a)^4 =$$

$$(-b)^{11} =$$

$$(-f)^6 =$$

Aufgabe 2:



a) Fasse Potenzen mit gleicher Basis zusammen!

$c^2 \cdot d \cdot e^4 \cdot c \cdot c^5 \cdot e \cdot d^7 \cdot e^3 \cdot c \cdot e \cdot d^4 \cdot d =$	
$5 \cdot g \cdot j^6 \cdot 5^3 \cdot g^4 \cdot j \cdot 5 \cdot g^2 \cdot j^8 \cdot 5^2 \cdot g \cdot j^5$	
$y^3 \cdot x \cdot y \cdot z^6 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z \cdot x^9 \cdot y \cdot y^5 \cdot z \cdot x^2 =$	
$2 \cdot e \cdot a^3 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot e^6 \cdot c^7 \cdot 2 \cdot a^4 \cdot e \cdot c^3 \cdot 2^5 \cdot c =$	

b) Löse die Klammern auf und vereinfache!

$$(2s^3)^3 \cdot (3t^4)^5 \cdot (2u^2)^2 =$$

Lösung:

$$\left(\frac{a^2 \cdot 3b^3 \cdot 2c^4}{c^3 \cdot 3a^5 \cdot b^2} \right)^2 =$$

Lösung:



Aufgabe 1:

a) Fasse gleiche Faktoren zu Potenzen zusammen!

$4 \cdot w \cdot f \cdot 4 \cdot w \cdot w \cdot f \cdot 4 \cdot w \cdot f \cdot f \cdot 4 \cdot w \cdot 4 \cdot w =$	$4^5 \cdot f^4 \cdot w^6$
$2x \cdot 3 \cdot z \cdot 2x \cdot 3 \cdot d \cdot d \cdot 2x \cdot z \cdot 3 \cdot 3 \cdot d \cdot 2x \cdot z \cdot 3 =$	$3^5 \cdot (2x)^4 \cdot d^3 \cdot z^3$
$(-1) \cdot r \cdot t \cdot t \cdot r \cdot (-1) \cdot 2,6 \cdot t \cdot 2,6 \cdot r \cdot r \cdot 2,6 =$	$(-1)^2 \cdot 2,6^3 \cdot r^4 \cdot t^3$
$s \cdot 7 \cdot k \cdot k \cdot s \cdot 7 \cdot s \cdot k \cdot k \cdot 7 \cdot 7 \cdot k \cdot s \cdot 7 =$	$7^5 \cdot k^5 \cdot s^4$

b) Fasse zusammen und mache die Probe ($a = 2$, $b = 3$)!

$$23a^2 - (2b + 4a - 15) + 7b^2 - (17a^2 - 11b + 23a) - 9b^2 =$$

Lösung:

$$23a^2 - 2b - 4a + 15 + 7b^2 - 17a^2 + 11b - 23a - 9b^2 =$$

$$6a^2 - 27a + 9b - 2b^2 + 15$$

Probe: $a = 2$, $b = 3$

$$23 \cdot 2^2 - (2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 - 15) + 7 \cdot 3^2 - (17 \cdot 2^2 - 11 \cdot 3 + 23 \cdot 2) - 9 \cdot 3^2 =$$

$$23 \cdot 4 - (6 + 8 - 15) + 7 \cdot 9 - (17 \cdot 4 - 33 + 46) - 9 \cdot 9 =$$

$$92 - (-1) + 63 - (68 - 33 + 46) - 81 =$$

$$92 + 1 + 63 - 81 - 81 = -6$$

$$6 \cdot 2^2 - 27 \cdot 2 + 9 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 + 15 =$$

$$6 \cdot 4 - 54 + 27 - 2 \cdot 9 + 15 =$$

$$24 - 54 + 27 - 18 + 15 = -6$$

d) Berechne die Potenzen!

$(-7)^2 = 49$	$(3x)^3 = 27x^3$	$(-s)^5 = -s^5$
$(-2a)^4 = 16a^4$	$(-b)^{11} = -b^{11}$	$(-f)^6 = f^6$

Aufgabe 2:



a) Fasse Potenzen mit gleicher Basis zusammen!

$c^2 \cdot d \cdot e^4 \cdot c \cdot c^5 \cdot e \cdot d^7 \cdot e^3 \cdot c \cdot e \cdot d^4 \cdot d =$	$c^9 \cdot d^{13} \cdot e^9$
$5 \cdot g \cdot j^6 \cdot 5^3 \cdot g^4 \cdot j \cdot 5 \cdot g^2 \cdot j^8 \cdot 5^2 \cdot g \cdot j^5 =$	$5^7 \cdot g^8 \cdot j^{20}$
$y^3 \cdot x \cdot y \cdot z^6 \cdot x^3 \cdot y^4 \cdot z \cdot x^9 \cdot y \cdot y^5 \cdot z \cdot x^2 =$	$x^{15} \cdot y^{14} \cdot z^8$
$2 \cdot e \cdot a^3 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot e^6 \cdot c^7 \cdot 2 \cdot a^4 \cdot e \cdot c^3 \cdot 2^5 \cdot c =$	$2^{11} \cdot a^7 \cdot c^{11} \cdot e^8$

b) Löse die Klammern auf und vereinfache!

$$(2s^3)^3 \cdot (3t^4)^5 \cdot (2u^2)^2 =$$

Lösung:

$$\begin{aligned} (2s^3)^3 \cdot (3t^4)^5 \cdot (2u^2)^2 &= \\ 2^3 s^9 \cdot 3^5 t^{20} \cdot 2^2 u^4 &= \\ 8s^9 \cdot 243t^{20} \cdot 4u^4 &= 7\,776 \cdot s^9 \cdot t^{20} \cdot u^4 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{a^2 \cdot 3b^3 \cdot 2c^4}{c^3 \cdot 3a^5 \cdot b^2} \right)^2 =$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \left(\frac{a^2 \cdot 3b^3 \cdot 2c^4}{c^3 \cdot 3a^5 \cdot b^2} \right)^2 &= \\ \frac{a^4 \cdot 3^2 \cdot b^6 \cdot 2^2 \cdot c^8}{c^6 \cdot 3^2 \cdot a^{10} \cdot b^4} &= \\ \frac{b^2 \cdot 2^2 \cdot c^2}{a^6} &= \\ \frac{4 \cdot b^2 \cdot c^2}{a^6} \end{aligned}$$

Titel: Der Wegweiser**Ersteller der Aufgabe:** Roman Wielander**Themenbereich:** Lehrsatz des Pythagoras**Mathematische Kompetenzen**

		Aufgabe 1	Aufgabe 2
1. Arbeiten mit Figuren und Körpern		I3	I3
2. Operieren und Rechnen, Interpretieren und Dokumentieren		H2/H3	H2
3. Grundkenntnisse und -fertigkeiten Herstellen von Verbindungen		K1/K2	K1

Zeitbedarf:

Gesamtarbeitszeit:	25 Minuten
Aufgabe 1:	15 Minuten
Aufgabe 2:	10 Minuten

Komplexitätsstufen:

Aufgabe 1:
Ü1: a) mittel; b und c) niedriger
Aufgabe 2:
Ü2: mittel
 niedriger

Arbeitsmaterialien: Füllfeder bzw. Kugelschreiber, Taschenrechner, Geodreieck, Bleistift

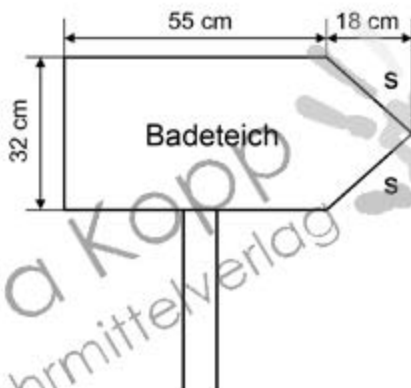
Besondere Bemerkungen: Die Verwendung des Taschenrechners ist bei beiden Aufgaben erlaubt.
 Bei Aufgabe 1 kann bei leistungsschwächeren Schüler:innen ein Hinweis über die Berechnung der Masse gegeben werden.



Aufgabe 1:

Die Tafel eines Wegweisers hat in der untenstehenden Abbildung folgende Abmessungen.

- Berechne
 - die Länge der schrägen Kante s ,
 - den Umfang und
 - den Flächeninhalt!
- Das Schild wird aus 1 mm starkem Aluminiumblech hergestellt. 1 m^2 Blech hat eine Masse von 2,7 kg. Berechne die Masse des Schildes!



Lösung 1) – Berechnung der Kante s , des Umfangs und der Fläche

Kante s :	Umfang:
Flächeninhalt:	
$A_{\text{Gesamt}} =$	

Aufgabe 1 – Fortsetzung

Lösung 2) – Berechnung des Gewichts



Antwort:

Aufgabe 2:

Überprüfe mit dem Lehrsatz des Pythagoras, ob die Dreiecke **rechtwinkelig** sind!

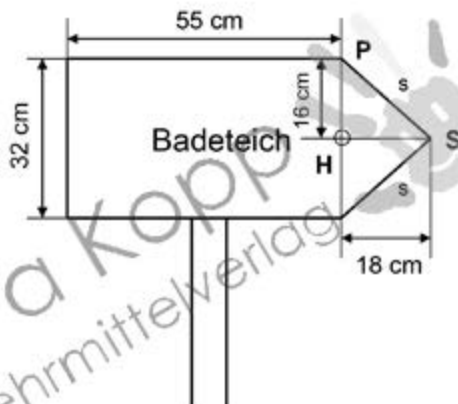
- 1) $a = 44 \text{ m}$, $b = 117 \text{ m}$, $c = 125 \text{ m}$
- 2) $a = 187 \text{ cm}$, $c = 2,04 \text{ m}$, $b = 84 \text{ cm}$
- 3) $b = 124 \text{ cm}$, $c = 1,56 \text{ m}$, $a = 93 \text{ cm}$
- 4) $c = 185 \text{ mm}$, $b = 57 \text{ mm}$, $a = 176 \text{ mm}$
- 5) $b = 0,273 \text{ km}$, $a = 136 \text{ m}$, $c = 0,305 \text{ km}$

Satz des Pythagoras	Rechnung	ja/nein

Aufgabe 1:

Die Tafel eines Wegweisers hat in der untenstehenden Abbildung folgende Abmessungen.

- Berechne
 - die Länge der schrägen Kante s ,
 - den Umfang und
 - den Flächeninhalt!
- Das Schild wird aus 1 mm starkem Aluminiumblech hergestellt. 1 m^2 Blech hat eine Masse von 2,7 kg. Berechne die Masse des Schildes!

Lösung 1) – Berechnung der Kante s , des Umfangs und der FlächeKante s :

$$s^2 = 16^2 + 18^2$$

$$s = \sqrt{16^2 + 18^2}$$

$$s = 24,08 \approx 24,1 \text{ cm}$$

Umfang:

$$u = 32 + 55 + 55 + 24,08 + 24,08$$

$$u = 190,16 \approx 190 \text{ cm}$$

Flächeninhalt:

Rechteck und gleichschenkeliges D.

$$A_D = (32 \cdot 18) : 2$$

$$A_D = 288 \text{ cm}^2$$

$$A_R = 55 \cdot 32$$

$$A_R = 1760 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Gesamt}} = A_R + A_D = 1760 + 288 = 2048 \text{ cm}^2 \approx 20,5 \text{ dm}^2 \approx 0,205 \text{ m}^2$$

Aufgabe 1 – Fortsetzung



Lösung 2) – Berechnung des Gewichts

Um das Gewicht des Schildes zu erhalten, musst du den Flächeninhalt (m^2) mit der Masse multiplizieren.

$$m = A \cdot (\text{Masse pro m}^2)$$

$$m = 0,2048 \cdot 2,7$$

$$m = 0,55296 \approx 0,55 \text{ kg}$$

Antwort: Das Gewicht des Schildes beträgt rund $0,55 \text{ kg} = 550 \text{ g}$.

Aufgabe 2:

Überprüfe mit dem Lehrsatz des Pythagoras, ob die Dreiecke **rechtwinkelig** sind!

- a. $a = 44 \text{ m}$, $b = 117 \text{ m}$, $c = 125 \text{ m}$
- b. $a = 187 \text{ cm}$, $c = 204 \text{ m}$, $b = 84 \text{ cm}$
- c. $b = 124 \text{ cm}$, $c = 156 \text{ m}$, $a = 93 \text{ cm}$
- d. $c = 185 \text{ mm}$, $b = 57 \text{ mm}$, $a = 176 \text{ mm}$
- e. $b = 0,273 \text{ km}$, $a = 136 \text{ m}$, $c = 0,305 \text{ km}$

Satz des Pythagoras	Rechnung	ja/nein
$44^2 + 117^2 = 125^2$	$1\,936 + 13\,689 = 15\,625$	ja
$187^2 + 84^2 = 204^2$ (205 ²)	$34\,969 + 7\,056 = 42\,025$	nein
$93^2 + 124^2 = 156^2$ (155 ²)	$8\,649 + 15\,376 = 24\,025$	nein
$176^2 + 57^2 = 185^2$	$30\,976 + 3\,249 = 34\,225$	ja
$136^2 + 273^2 = 305^2$	$18\,496 + 74\,529 = 93\,025$	ja

Titel: Punktwertung

Ersteller der Aufgabe: Roman Wielander

Themenbereich: Datenmengen untersuchen und darstellen

Mathematische Kompetenzen

		Aufgabe 1	Aufgabe 2
1. Statistische Darstellungen und Kenngrößen		I4	I4
2. Darstellen und Modellbilden, Interpretieren und Dokumentieren Argumentieren und Begründen		H3	H1/H3/H4
3. Herstellen von Verbindungen, Einsetzen von Reflexionswissen		K2/K3	K3

Zeitbedarf: **Gesamtarbeitszeit:** **35 Minuten**
 Aufgabe 1: 15 Minuten
 Aufgabe 2: 20 Minuten

Komplexitätsstufen: **Aufgabe 1:** mittel
Aufgabe 2: höher

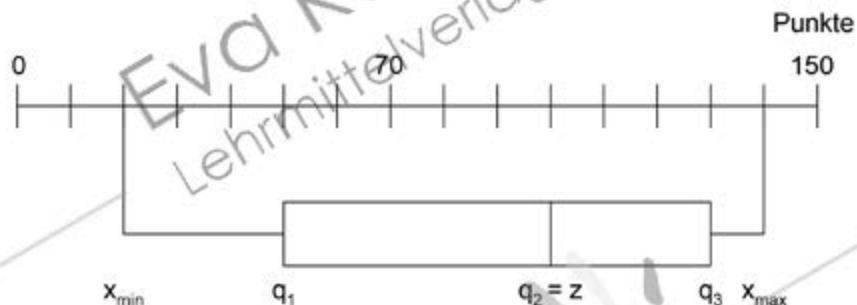
Arbeitsmaterialien: Füllfeder bzw. Kugelschreiber, Geodreieck, Bleistift

Besondere Bemerkungen: Aufgabe 2 ist für leistungsstärkere Schüler:innen gedacht.



Aufgabe 1:

Das unten stehende Kastenschaubild beschreibt das Ergebnis eines Tests mit Punktwertung. Was kannst du daraus ablesen?



Lösung:

Minimum:

Maximum:

Spannweite:

1. Quartil:

Zentralwert:

3. Quartil:



Aufgabe 2:

Die unten stehende Abbildung zeigt das Ergebnis eines Weintests. Die Testpersonen mussten auf der vorgegebenen Skala ankreuzen, wie sie das Aroma des Weins empfanden.



Zeichne das dazugehörige Kastenschaubild und beschrifte das 1. und das 3. Quartil sowie den Zentralwert (Median)!

Erklärung:



Aufgabe 1:

Das unten stehende Kastenschaubild beschreibt das Ergebnis eines Tests mit Punktwertung. Was kannst du daraus ablesen?



Lösung:

Minimum: $x_{\min} = 20$ Punkte – Die Teilnehmer am Test erreichten mindestens 20 Punkte.

Maximum: $x_{\max} = 140$ Punkte – Die Teilnehmer am Test erreichten höchstens 140 Punkte.

Spannweite: Die Spannweite beträgt 120 Punkte. $x_{\max} - x_{\min} = 140 - 20 = 120$

1. Quartil: $q_1 = 50$ Punkte – 25 % der Teilnehmer am Test erreichten höchstens 50 Punkte.

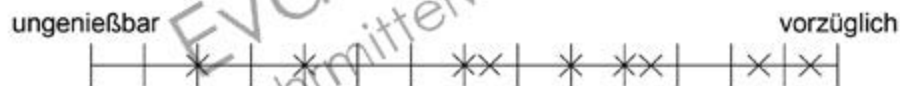
Zentralwert: $z = q_2 = 100$ Punkte – 50 % der Teilnehmer am Test erreichten höchstens 100 Punkte.

3. Quartil: $q_3 = 130$ Punkte – 75 % der Teilnehmer am Test erreichten höchstens 130 Punkte.



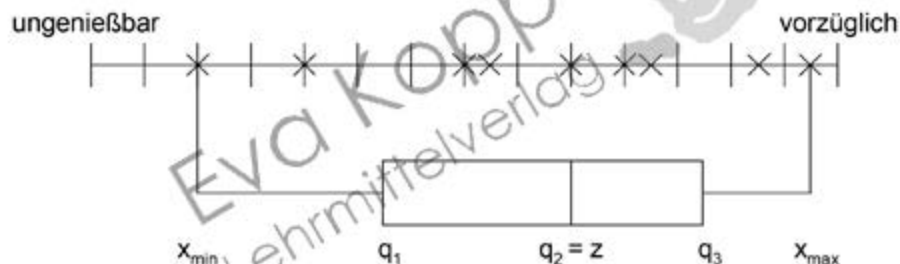
Aufgabe 2:

Die unten stehende Abbildung zeigt das Ergebnis eines Weintests. Die Testpersonen mussten auf der vorgegebenen Skala ankreuzen, wie sie das Aroma des Weins empfanden.



Zeichne das dazugehörige Kastenschaubild und beschrifte das 1. und das 3. Quartil sowie den Zentralwert (Median)!

Lösung:



Erklärung:

Es gibt 9 Werte. 4 Werte liegen links, 4 Werte liegen rechts vom Zentralwert ($z = q_2$). Das 1. und 3. Quartil findest du, indem du für jede „Hälfte“ der Liste abermals den Zentralwert suchst.

Zwei Werte liegen jeweils links von diesem Zentralwert, zwei Werte liegen jeweils rechts von diesem Zentralwert. Das 1. Quartil liegt in der Mitte zwischen dem 2. und dem 3. Kreuz (von links). Das 3. Quartil liegt in der Mitte zwischen dem 7. und dem 8. Kreuz (von links).